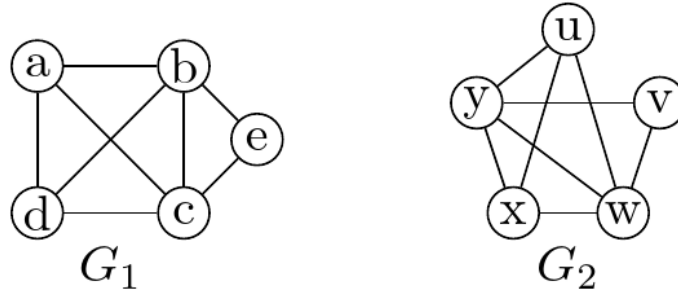


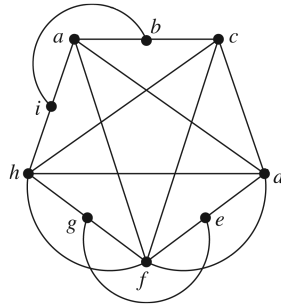
24 Ravninski grafi in kromatično število grafa

120. Ali sta naslednja dva grafa:

- (i) izomorfna drug drugemu?
- (ii) ravninska?

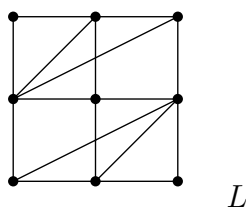


121. Dan imamo graf G :



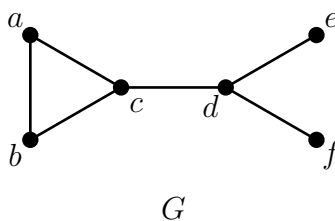
- (a) Za graf G na sliki podajte primer inducirane podgrafa, ki ni dvodelen in ki ima 5 točk.
- (b) Ali je G ravninski?
- (c) Določite kromatično število grafa G .

122. Dan imamo graf L :



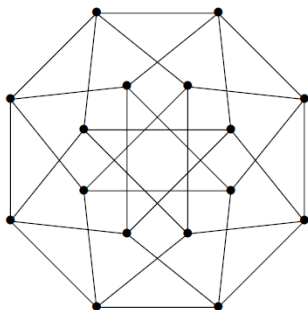
- (a) Ali je graf L ravninski? Odgovor utemeljite.
- (b) Poiščite kromatično število grafa L .
- (c) Ali je $\chi(L, 2) > 0$? Ali je $\chi(L, 3) > 0$? Ali je $\chi(L, 4) > 0$? Odgovore utemeljite.

123. Dan je naslednji graf G :



- (a) Poiščite vse izomorfizme grafa G na graf G (tj. grafa G nase). (Izomorfizem grafa G nase se imenuje *automorfizem* grafa G).
- (b) Poiščite kromatično število grafa G in izračunajte kromatični polinom $\chi(G, t)$.

124. Dan je naslednji graf



- (a) Ali je mogoče dani graf narisati, ne da bi dvignili svinčnik s papirja, tako da nikoli ne gremo skozi že narisano povezavo in da se risba začne in konča na isti točki?
- (b) Poiščite kromatično število danega grafa.
- (c) Pokažite, da graf ni ravninski.

125. (a) Poiščite dva 4-točkovna grafa z različnima kromatičnima polinomoma.

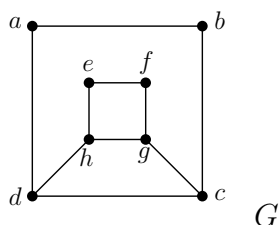
(b) Poiščite dva neizomorfna 4-točkovna grafa z enakima kromatičnima polinomoma.

(c) Dokažite, da je število načinov za pravilno barvanje n -točkovnega cikla C_n z $n \geq 3$ in t barvami enako

- $(t - 1)[(t - 1)^{n-1} + 1]$, če je n sodo število.
- $(t - 1)[(t - 1)^{n-1} - 1]$, če je n liho število.

25 Različne naloge

126. Dan je naslednji graf G :



- (a) Ali je G Eulerjev?
- (b) Ali G vsebuje Eulerjevo sled?
- (c) Ali je G hamiltonski?
- (d) Določite kromatično število grafa G .

127. Kolesni graf W_n z $n \geq 4$ je graf z n točkami (vozlišči), ki ga tvori cikel C_{n-1} (ki ga tukaj imenujemo *zunanjji cikel*) in eno dodatno točko v središču cikla, ki je sosednja z vsako točko v ciklu.

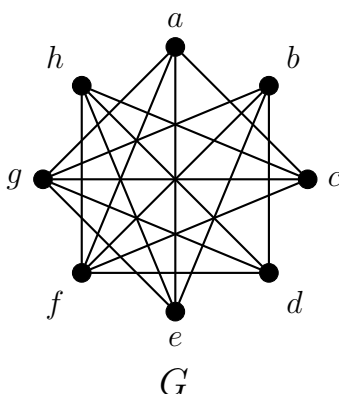
- Narišite kolesa W_4, W_5, W_6 in W_7 . Najprej začnite z zunanjim ciklom in potem narišete točko v središču. Nato narišite vse povezave, ki jih zahteva definicija.
- Za katere $n \geq 4$ je W_n Eulerjev graf? Za katere $n \geq 4$ ima W_n Eulerjevo sled?
- Za katere $n \geq 4$ je W_n hamiltonski graf?
- Pokažite, da obstaja takšna usmeritev povezav grafa W_n , da je razlika vhodne in izhodne stopnje vsake točke (v absolutni vrednosti) največ ena.

128. Naj bo W_n kolesni graf iz prejšnje naloge (glej nalogo 127).

- Izračunajte klično število $\omega(W_n)$ grafa W_n (največjo moč klike grafa W_n).
- Poiščite kromatično število $\chi(W_n)$ grafa W_n .
- Pokažite, da je kromatični polinom grafa W_n enak

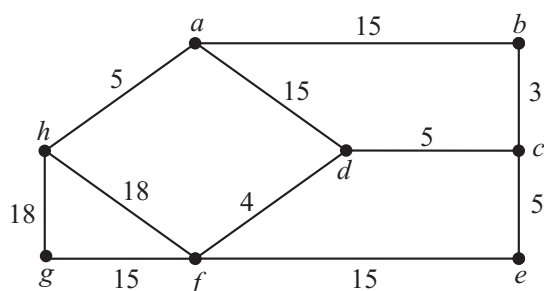
$$\chi(W_n, t) = t((t-2)^{n-1} - (-1)^n(t-2)).$$

129. Oglejte si spodnji graf G in odgovorite na vprašanja. Odgovore utemeljite.



- Ali je G hamiltonski?
- Ali je G povezan?
- Ali je G Eulerjev? Ali vsebuje Eulerjevo sled?
- Ali je G ravninski?
- Določite $\chi(G)$.

130. Naj bo G naslednji povezavno utežen graf.



- (i) Z uporabo Kruskalove požrešne metode določite vpeto drevo najmanjše teže v G in navedite njegovo težo. Zapišite korake algoritma.
- (ii) Ugotovite, ali je drevo, izračunano v prejšnjem delu naloge, enolično določeno, tj. ali obstaja še kakšno drugo drevo z enako težo, ki ga je mogoče dobiti s Kruskalovo metodo.
- (iii) Ali je G Eulerjev graf? Če je odgovor pritrديلen, zapišite ustrezno sled, če pa je odgovor negativen, odgovor utemeljite.
- (iv) Ali je G hamiltonski? Ali G ima hamiltonsko pot? Če je odgovor pritrديلen, zapišite ustrezen cikel/pot, če pa je odgovor negativen, odgovor utemeljite.
- (v) Izračunajte $\chi(G)$.

Vse naloge so prenesene z naslednje spletne strani:

<https://osebje.famnit.upr.si/~penjic/teaching.html>.

NA ISTI STRANI LAHKO BRALEC NAJDE VSE REŠITVE PODANIH NALOG.