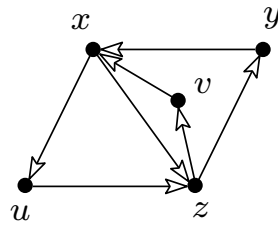


21 Digraf

110. Oglejmo si naslednji digraf D .

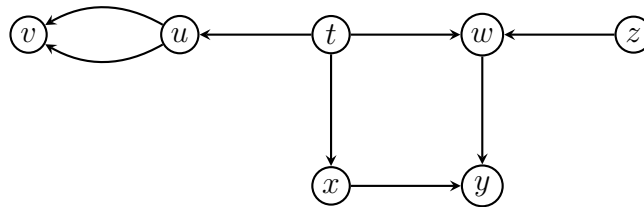


(i) Poiščite razliko med vhodno in izhodno stopnjo za vsako točko.

(ii) Ali D vsebuje Eulerjev obhod? Odgovor utemeljite.

111. Dve posebni vrsti točk sta bolj zanimivi za digrafe kot za neusmerjene grafe. Točka, ki ni začetna točka (rep) nobene povezave, tj. brez “puščic”, ki vodijo stran od nje, se imenuje **ponor**. **Izvor** je točka, ki ni končna točka (glava) nobene povezave.

Oglejmo si dan digraf D .



(i) Ali je D šibko povezan?

(ii) Ali je D krepko povezan?

(iii) Ali obstaja cikel v digrafu D ?

(iv) Poiščite vse ponore grafa D .

(v) Poiščite vse izvore grafa D .

112. (a) Podajte tri različne primere usmerjenih grafov z množico točk $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$. Spomnimo, usmerjen graf je digraf, katerega temeljni graf je enostaven.

(b) Določite število usmerjenih grafov z množico točk $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$.

(c) Podajte tri različne primere digrafov z množico točk $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, ki ne vsebujejo večkratnih povezav in zank.

(d) Določite število digrafov z množico točk $\{a, b, c, d, e, f, g, h\}$, ki ne vsebujejo večkratnih povezav in zank.

113. Dokažite, da je za vsako naravno število $n \geq 2$ povezave polnega grafa na n točkah mogoče usmeriti tako, da imajo vse točke dobljenega digrafa različne izhodne stopnje.

114. Na vajah smo pokazali, da je število enostavnih grafov z množico točk $\{1, 2, \dots, n\}$ enako $2^{\binom{n}{2}}$.

(a) Določite število digrafov z množico točk $\{1, 2, \dots, n\}$, ki ne vsebujejo večkratnih povezav (tj. več kot ene usmerjene povezave od iste začetne do iste končne točke) in zank (tj. usmerjenih povezav, ki povezujejo neko točko s samo seboj).

- (b) Določite število digrafov z množico točk $\{1, 2, \dots, n\}$, ki ne vsebujejo večkratnih povezav, v poljubni točki pa imajo lahko največ eno zanko.
- (c) Določite število usmerjenih grafov z množico točk $\{1, 2, \dots, n\}$.
- (d) **Turnir** je usmerjen graf, katerega temeljni graf je poln. Določite število turnirjev z množico točk $\{1, 2, \dots, n\}$.

115. Pokažite, da je digraf D , v katerem imajo vse točke vhodno stopnjo enako izhodni stopnji, krepko povezan natanko tedaj ko je šibko povezan.

116. Dve posebni vrsti točk sta bolj zanimivi za digrafe kot za neusmerjene grafe. Točka, ki ni začetna točka (rep) katere koli povezave, tj. brez “puščic”, ki vodijo stran od nje, se imenuje **ponor**. **Izvor** je točka, ki ni končna točka (glava) nobene povezave.

Pokažite, da ima vsak acikličen digraf vsaj en ponor in vsaj en izvor.

117. Če je točke digrafa z n točkami mogoče oštevilčiti od 1 do n tako, da je $i > j$, kadar koli obstaja sprehod od točke i do točke j , potem takšno označevanje njegovih točk imenujemo **razvrščeno označevanje**.

Pokažite, da ima vsak acikličen digraf vsaj eno razvrščeno označevanje.

22 Drevo in digraf

118. Naj bo T drevo. Pokažite, da je povezave drevesa T mogoče usmeriti tako, da v dobljenem usmerjenem grafu za vsako točko velja, da se vhodna in izhodna stopnja razlikujeta za največ ena.

23 Prirejanje

119. Če imajo vse točke grafa G stopnjo enako k , je graf **k -regularen**. Naj bo $k > 0$ in G dvodelen k -regularen graf z bipartitijo $\{A, B\}$. Pokažite, da ima graf G prirejanje, ki zasiči A .

Vse naloge so prenesene z naslednje spletne strani:

<https://osebje.famnit.upr.si/~penjic/teaching.html>.

NA ISTI STRANI LAHKO BRALEC NAJDE VSE REŠITVE PODANIH NALOG.