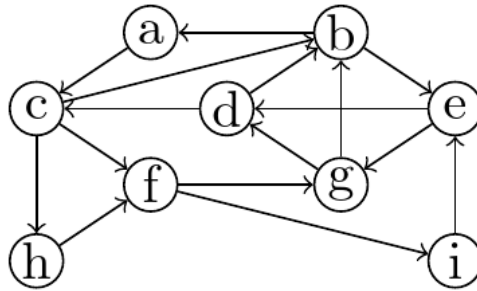


## 19 Eulerjev in Hamiltonski graf.

**102.** Ali ima naslednji digraf

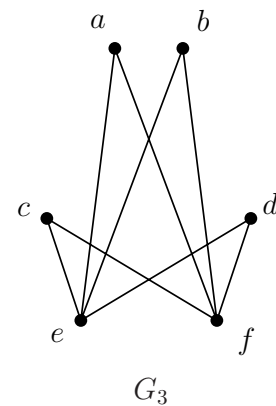
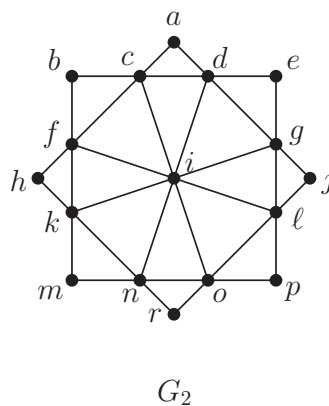
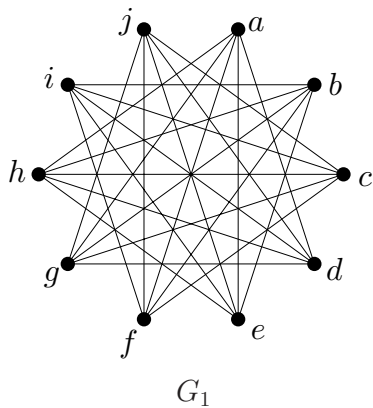


- (i) Eulerjev obhod?
- (ii) neskljenjeno Eulerjevo sled?
- (iii) hamiltonski cikel?
- (iv) hamiltonsko pot?

Za vsako vprašanje, če je odgovor pritrdilen, narišite obhod/sled/cikel/pot, če pa je odgovor negativen, odgovor utemeljite.

**103.** Za vsakega od naslednjih grafov določite:

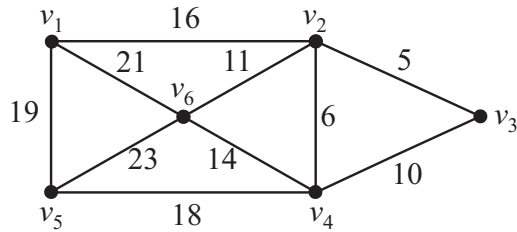
- (a) ali vsebuje induciran podgraf, ki ni dvodelen in ki ima 6 točk;
- (b) ali je Eulerjev;
- (c) ali vsebuje neskljenjeno Eulerjevo sled;
- (d) ali je hamiltonski.



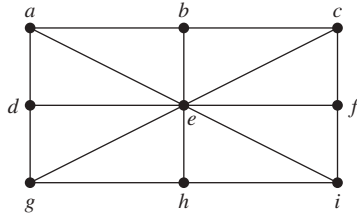
**104.** Naj bo  $G$  enostaven graf z  $n$  točkami in  $m$  povezavami, kjer je  $n \geq 3$ . Predpostavimo, da je  $m \geq \frac{(n-1)(n-2)}{2} + 2$ . Dokažite, da je  $G$  hamiltonski. Ali velja obrat?

## 20 Eulerjev graf. Hamiltonski graf. Kruskalov algoritem

**105.** Uporabite Kruskalov algoritem, da poiščete vpeto drevo najmanjše teže za graf, podan na spodnji sliki. Opišite vse korake algoritma in navedite težo dobljenega drevesa.

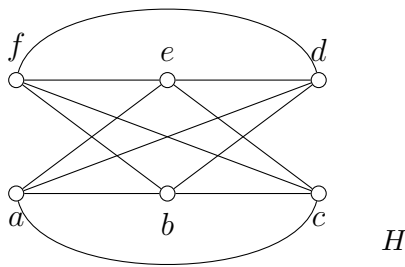


**106.** Dan je naslednji graf  $G$ :



- Ugotovite, ali  $G$  ima hamiltonski cikel. Če  $G$  ima hamiltonski cikel, poiščite takšen cikel. Če ga nima, navedite argument (in razložite), zakaj takšen cikel ne obstaja.
- Ali je  $G$  Eulerjev graf? Odgovor utemeljite.
- Za graf  $G$  na sliki podajte primer vpetega drevesa.
- Za graf  $G$  na sliki podajte primer vpetega podgrafa, ki ni dvodelen.

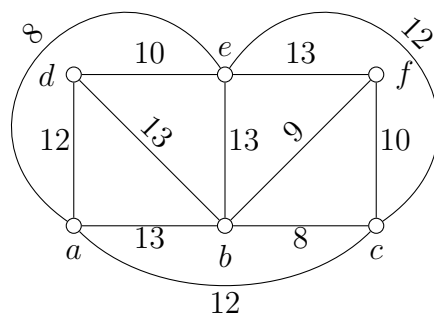
**107.** Dan je naslednji graf  $H$ :



- Ali je  $H$  regularen?
- Ali je  $H$  hamiltonski?
- Ali je  $H$  Eulerjev?

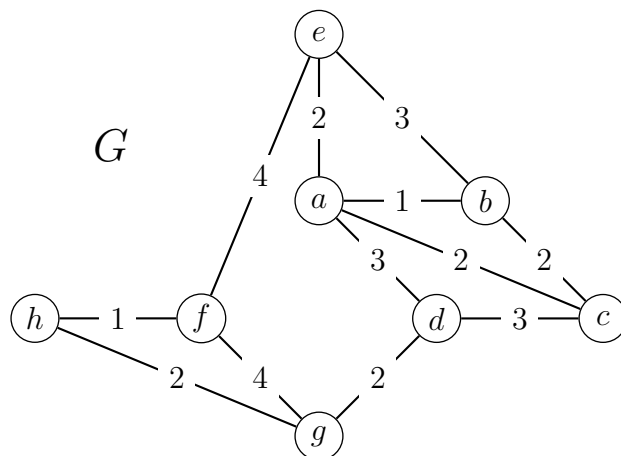
Odgovore ustrezno utemeljite.

**108.** Dan imamo naslednji graf  $G$  s težami na povezavah:



- (a) S pomočjo Kruskalovega algoritma poiščite najlažje vpeto drevo v grafu  $G$  in določite njegovo težo. Opišite vsak korak algoritma.
- (b) Ali je najlažje vpeto drevo enolično določeno? Odgovor utemeljite.
- (c) Ali lahko usmerimo povezave grafa  $G$  tako, da bo dobljen digraf  $D$  krepko povezan? Podajte ustrezno usmeritev ali utemeljite, zakaj ta ne obstaja.
- (d) Ali lahko usmerimo povezave grafa  $G$  tako, da bo dobljen digraf  $D$  vseboval Eulejrev obhod? Podajte ustrezno usmeritev ali utemeljite, zakaj ta ne obstaja.

**109.** Naj bo  $G$  naslednji povezavno utežen graf.



- (a) Uporabite Kruskalovo požrešno metodo, da poiščete najlažje vpeto drevo (najmanjši konektor) grafa  $G$ . Pojasnite vse korake, potrebne za pridobitev vaše rešitve.
- (b) Ugotovite, ali je drevo, izračunano v prejšnjem delu naloge, enolično določeno, tj. ali obstaja še kakšno drugo drevo z enako težo, ki ga je mogoče dobiti s Kruskalovo metodo.
- (c) Ali je  $G$  hamiltonski? Če je odgovor pritrdilen, poiščite hamiltonski cikel v  $G$ .
- (d) Izračunajte  $\chi(G)$ .
- (e) Pokažite, da obstaja homomorfizem grafa  $G$  v graf  $K_r$ , kjer je  $r = \chi(G)$ .

Vse naloge so prenesene z naslednje spletne strani:

<https://osebje.famnit.upr.si/~penjic/teaching.html>.

NA ISTI STRANI LAHKO BRALEC NAJDE VSE REŠITVE PODANIH NALOG.