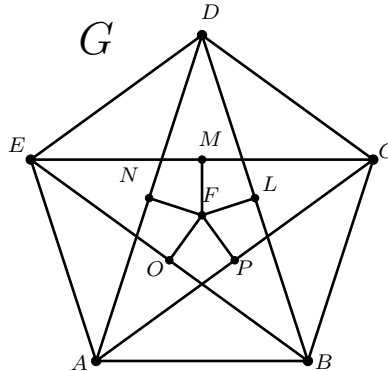


14 Graf

83. Določite število povezav v grafu s 6 točkami, 2 stopnje 4 in 4 stopnje 2. Narišite dva taka povezana grafa.

84. Dan je naslednji graf G :



- (i) Podajte primer podgrafa na 6 točkah, ki ni induciran podgraf.
- (ii) Podajte primer induciranega podgrafa na 6 točkah.
- (iii) Podajte primer sledi dolžine 7, ki ni pot.
- (iv) Podajte primer grafa H z množico točk $\{a, b, c, d, e, f, p, l, m, n, o\}$, ki je izomorfen danemu grafu G in je narisano na drugačen način.
- (v) Ali je G ravninski? (Odgovor natančno utemeljite.)
- (vi) Ali je $\chi(G) = 2$? (Odgovor natančno utemeljite.)

- 85.**
- (i) Naj bodo e_1, e_2, \dots, e_n povezave grafa G in naj bosta x_{i-1} in x_i krajišči povezave e_i ($1 \leq i \leq n$). Pokažite, da je vsak sklenjen sprehod (e_1, e_2, \dots, e_n) dolžine vsaj 3 s paroma različnimi točkami x_1, x_2, \dots, x_n cikel.
 - (ii) Graf, ki ne vsebuje ciklov, se imenuje **acikličen**. Sprehod je acikličen, če je podgraf, sestavljen iz točk in povezav sprehoda acikličen. Dokažite: sprehod ima vse točke različne, če in samo če je aciklična sled.
 - (iii) Če sta u in v različni točki grafa G in če obstaja sprehod v G od u do v , pokažite, da potem obstaja aciklična sled od u do v . (Natanko razložite, da je vsak najkrajši sprehod od u do v dejansko aciklična sled.)

86. Pokažite, da je vsota stopenj točk grafa enaka dvakratnemu številu povezav, to je

$$\sum_{v \in V(G)} d(v) = 2 \cdot |E(G)|.$$

87. Naj bo G enostaven graf z n točkami. Pokažite, da mora biti G povezan, če ima več kot $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ povezav.

15 Drevo

88. Dano je drevo, ki ima točno pet točk stopnje 2, tri točke stopnje 3, štiri točke stopnje 4 in nobene točke stopnje večje od 4. Koliko točk stopnje 1 ima to drevo?

89. Naj bo G enostaven graf z n točkami in $n - 1$ povezavami. Ali je res, da je G gozd, če in samo če je G povezan? Trditev dokažite ali pa navedite protiprimer.

90. Pokažite, da za poljubno drevo T obstaja ena in samo ena pot med vsakim parom točk.

91. Pokažite, če za graf G obstaja ena in samo ena pot med vsakim parom točk, potem je G drevo.

92. Dokažite, da je vsako drevo ravninski graf.

93. Naj bo T drevo. Pokažite, da če T vsebuje točko stopnje $k \geq 2$, potem vsebuje tudi vsaj k točk stopnje 1.

94. Pokažite: Če je povezava e povezava največje teže na ciklu C v grafu G z uteženimi povezavami, potem v grafu G obstaja najlažje vpeto drevo, ki ne vsebuje povezave e .

Vse naloge so prenesene z naslednje spletne strani:

<https://osebje.famnit.upr.si/~penjic/teaching.html>.

NA ISTI STRANI LAHKO BRALEC NAJDE VSE REŠITVE PODANIH NALOG.