

# KOLOKVIJI IN IZPITI IZ MATEMATIKE

BTF, lesarstvo – univerzitetni študij

Zbral: Martin Raič

2009/10

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

25. november 2009

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{|2x + 1|}{x + 1} > 1.$$

2. Poiščite vse rešitve sistema linearnih enačb:

$$-x + 3y + z = 8$$

$$2x - 3y - 2z = -10$$

$$x + 3y - z = 4.$$

3. Izračunajte limito  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 1}}{\sqrt{9n^2 + 1} + \sqrt{n^2 + 1}}$ .

4. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{x + 2}}$$

ter določite definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja in ekstreme.

## 2. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

27. januar 2010

1. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo os  $x$ , krivulja

$$y = \frac{e^x}{e^{2x} + 1}$$

ter premici  $x = 0$  in  $x = 1$ .

2. Dokažite, da vrsta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(-1)^n}{10^n}$$

konvergira, in izračunajte njeno vrednost na štiri decimalke natančno.

3. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = \ln(x + y) - x^2 - y^2.$$

4. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' + 5y' + 4y = e^{-2x},$$

ki zadošča začetnima pogoju  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ .

5. Iz dobro premešanega kupa 16 kart brez vračanja izvlečemo 4 karte. Kolikšna je verjetnost, da so vse različnih barv? Barve so pik, križ, srce in karo ter so v kupu enako zastopane.

# Diferencialni izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

9. februar 2010

1. Izračunajte vrednost vrste:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{2^{2n-1}}$$

ali pa dokažite, da je divergentna.

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \sin x}{x^2}.$$

3. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe  $x^2 y' = 1$ , ki zadošča začetnemu pogoju  $y(1) = -2$ .

4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' + y' - 2y = e^{-x}.$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

9. februar 2010

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{x^2 + 2}{x + 1} < x.$$

2. Dan je prostorski trikotnik z oglišči  $A(1, 0, 1)$ ,  $B(2, 1, 1)$  in  $C(1, 1, 2)$ . Izračunajte njegovo ploščino in kot pri oglišču  $B$ .

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = x(e^x - 1).$$

Posebej poiščite še intervale naraščanja in padanja ter konveksnosti in konkavnosti.

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta premica  $y = 1$  in krivulja  $y = \frac{4x + 1}{(x + 1)^2}$ .
5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe  $x^2yy' = 1$ , ki zadošča začetnemu pogoju  $y(1) = -2$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

7. junij 2010

1. Dana je matrika:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Poiščite matriko  $X$ , za katero bo veljalo  $AX + I = A^T$ .

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n-1}{n+2} \right)^{2n-3}.$$

3. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+1}.$$

Poiščite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

4. Izračunajte prostornino vrtenine, ki nastane, če krivuljo  $y = x^2(2-x)$  med obema ničloma zavrtimo okoli osi  $x$ .
5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe  $y' = x e^{-y}$ , ki zadošča začetnemu pogoju  $y(1) = 0$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

21. junij 2010

1. Poiščite vse rešitve sistema linearnih enačb:

$$\begin{aligned}x - 2y + z &= 1 \\2x - 2y + 5z &= -2 \\x - 4y - 2z &= 5.\end{aligned}$$

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9} - 3}{\sin x}.$$

3. Dana je funkcija:

$$f(x) = e^x + e^{-2x}.$$

Poiščite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo premica  $x = 2$  ter krivulji:

$$y = \frac{x-1}{x^2+1} \quad \text{in} \quad y = \frac{2x-1}{x^2+1}.$$

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = (x^2 - 1)(y^2 - 4).$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

27. avgust 2010

1. Dana je matrika  $E = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ . Poiščite vse matrike  $A$  velikosti  $2 \times 2$ , za katere velja  $A = A^T$  in  $AE = 2A$ .

2. Izračunajte limito  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{9n^2 + 5} - \sqrt{n^2 + 1}}$ .

3. Dana je funkcija:

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{10 - 4x}.$$

Določite definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

4. Izračunajte prostornino vrtenine, ki jo dobimo, če funkcijo:

$$f(x) = \sqrt{\sin(2x)}; \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe  $y' = y - 1$ , ki gre skozi koordinatno izhodišče.

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

8. september 2010

1. Dan je paralelogram  $ABCD$ , pri katerem poznamo oglišča  $A(2, 1, 1)$ ,  $C(3, 1, 3)$  in  $D(4, 0, 1)$ . Določite koordinate oglišča  $B$  in ploščino paralelograma.

2. Izračunajte limito  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \ln x - \ln(x + 2)}{x - 2}$ .

3. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x}}.$$

Poiščite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo abscisna os ter krivulji  $y = e^{x-3} - 1$  in  $y = e^{-2x} - 1$ .

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = x^4 + xy + 2y^2.$$

2008/09

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

18. november 2008

1. Dano je zaporedje:

$$a_n = \frac{3^{n+1} - 2^n}{3^n + 2^n}.$$

a) Dokažite, da je zaporedje konvergentno, in izračunajte njegovo limito.

b) Določite, od kod naprej se členi od limite razlikujejo za manj kot  $\varepsilon = 0{,}01$ .

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \sqrt{4 - e^{-x}}.$$

Določite njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti ter poiščite inverzno funkcijo.

3. Določite parametra  $a$  in  $b$ , pri katerih bo funkcija:

$$f(x) = \begin{cases} a + \ln(3 - x) & ; x \leq 2 \\ 3 + b \ln(x - 1) & ; x > 2 \end{cases}$$

zvezno odvedljiva na vsej realni osi.

4. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$

ter določite intervale naraščanja in padanja, ekstreme, intervale konveksnosti in konkavnosti ter prevoje.

5. Razvijte funkcijo:

$$f(x) = (x - x^3) \ln(1 - x^2)$$

v Taylorjevo vrsto do vključno člena z  $x^5$ .

## 2. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij  
18. december 2008

1. Izračunajte nedoločeni integral:

$$\int \frac{e^{2x}}{(e^x + 1)^2} dx.$$

2. Izračunajte ločno dolžino krivulje:

$$y = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{4x}; \quad 1 \leq x \leq 2.$$

3. Izračunajte razdaljo točke  $T(1, 3, 1)$  od premice, podane parametrično po predpisu:

$$x = 2 + t, \quad y = 2 - t, \quad z = 4.$$

4. Dani sta matriki:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \\ -5 & 7 \end{bmatrix}.$$

Poiščite matriko  $X$ , ki zadošča enačbi  $(AX)^T = B$ .

5. Dan je sistem linearnih enačb:

$$\begin{aligned} x - 2y &= 3 \\ x + 2y &= 7 \\ 2x + y &= 9. \end{aligned}$$

- Pokažite, da zgornji sistem nima rešitve.
- Poiščite približno rešitev, ki se po principu najmanjših kvadratov najbolj prilaga sistemu.

### 3. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

22. januar 2009

1. Dana je krivulja:

$$x = t - t^2, \quad y = t - t^3; \quad 0 \leq t \leq a.$$

a) Dokažite, da obstaja natanko ena zgornja meja  $a > 0$ , pri kateri je krivulja sklenjena. Določite jo.

b) Izračunajte ploščino zanke, ki jo za tak  $a$  omejuje krivulja.

2. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = \frac{x}{y} + \ln x + \frac{y}{2}.$$

3. Izračunajte prostornino območja, katerega cilindrične koordinate zadoščajo enačbam:

$$r \leq \frac{1}{\sqrt{2 + \cos \varphi}}, \quad -2 - \cos \varphi \leq z \leq 4 + 2 \cos \varphi.$$

4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$xy' - (x + 1)y = e^x.$$

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' - 2y' - 15y = 0,$$

ki zadošča pogojem  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 4$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

28. januar 2009

1. Dano je zaporedje:

$$a_n = \frac{2n^2 - 3}{n^2 - 2}.$$

- a) Dokažite, da je zaporedje konvergentno, in izračunajte njegovo limito.
- b) Določite, od kod naprej se členi od limite razlikujejo za manj kot  $\varepsilon = 0{,}05$ .

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x} - 2}{x - 5}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

3. Dana je premica, ki gre skozi točki  $A(3, 2, 5)$  in  $B(5, 2, 1)$ .

- a) Zapišite parametrično enačbo te premice.
- b) Poiščite točko na dani premici, ki je najbližje točki  $T(3, 3, 3)$ .

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje, podane parametrično po predpisu:

$$x = 3t - 2t\sqrt{t}, \quad y = 3t + 2t\sqrt{t}; \quad 0 \leq t \leq 3.$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' = 2e^{2x-y},$$

ki gre skozi koordinatno izhodišče.

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

6. maj 2009

1. Rešite neenačbo:

$$x|x + 4| < 5.$$

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = e^x + e^{4-x}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja in ekstreme ter raziščite konveksnost in konkavnost. Narišite graf. Ali ima funkcija kakšno ničlo?

3. Poiščite vse matrike  $A$  velikosti  $2 \times 2$ , ki zadoščajo zvezi:

$$A \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + A^T = 0.$$

4. Izračunajte prostornino vrtenine, ki jo dobimo, če krivuljo:

$$y = \frac{e^x}{1 + e^{2x}}; \quad 1 \leq x \leq 2$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$xy^3 + y' = 0,$$

ki gre skozi točko  $T(1, -1/2)$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

24. junij 2009

1. Dano je zaporedje:

$$a_n = \frac{n^2 + 10}{n^2 - 10}.$$

- Je zaporedje monotono? Če je, je naraščajoče ali padajoče?
- Je omejeno? Ima minimum in maksimum? Koliko sta enaka, če obstajata?
- Je konvergentno? Če je, koliko je limita?

2. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2}$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, morebitne ničle, pole in asimptote ter intervale naraščanja in padanja in ekstreme.

3. Dana je tristrana piramida z oglišči  $A(-1, 3, 4)$ ,  $B(1, 3, 2)$ ,  $C(0, 1, 3)$  in  $D(3, 3, 1)$ .

- Zapišite enačbo ravnine, ki gre skozi oglišča  $B$ ,  $C$  in  $D$ .
- Določite nožišče višine na  $A$ .

4. Izračunajte ploščino območja, ki ga omejujeta krivulji:

$$y = \frac{\ln x}{x} \quad \text{in} \quad y = \frac{(\ln x)^2}{x}.$$

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = x + \frac{y^2 - 2y + 10}{x}.$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

9. september 2009

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{|x-1|}{x} \geq 2.$$

2. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{10-x}$$

ter določite definicijsko območje, intervale naraščanja in padanja in ekstreme. Raziščite še konveksnost in konkavnost. Ali ima funkcija kakšno ničlo?

3. Dani sta premica  $x = 1 + 2t$ ,  $y = 4t$ ,  $z = 3 - t$  in ravnina  $x - y - z + 4 = 0$ . Določite, kje se sekata in pod katerim kotom.
4. Izračunajte volumen vrtenine, ki jo dobimo, če okoli osi  $x$  zavrtimo krivuljo  $y = \sqrt{x}e^x$ ;  $0 \leq x \leq 1$ .
5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe  $y' = xy - 2x$ , ki gre skozi koordinatno izhodišče.

2007/08

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij  
15. november 2007

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{x}{|x-2|} < 1.$$

in množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2} + 2^{2n} - 1}{4^{n+3} + 3^n}.$$

3. Zapišite enačbo tangente na krivuljo:

$$y = \frac{e}{\sqrt{e^x + 3e^2}},$$

ki gre skozi točko  $T(2, y)$ .

4. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 5x + 4}$$

ter določite ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

5. Razvijte funkcijo:

$$f(x) = (x^2 + 2) \cos x$$

v Taylorjevo vrsto do vključno člena z  $x^4$ .

## 2. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij  
18. december 2007

1. Izračunajte nedoločeni integral:

$$\int \frac{\sin x \cos^2 x}{1 + \cos^3 x} dx.$$

2. Izračunajte ploščino območja, ki ga omejujejo os  $x$ , premica  $y = 4x$  in krivulja  $y = x^2 + 2x + 1$ .

3. Izračunajte površino vrtenine, ki jo dobimo, če krivuljo:

$$y = \frac{\ln x}{2} - \frac{x^2}{4}; \quad 1 \leq x \leq 2,$$

zavrtimo okoli osi  $y$ .

4. Izračunajte prostornino tristrane piramide z oglišči  $A(3, 2, 4)$ ,  $B(7, 3, 5)$ ,  $C(0, 1, 0)$  in  $D(5, 5, 5)$ .

5. V ravnini sta dani točka  $T(2, 1)$  in premica  $y = 2x - 1$ .

- Izračunajte razdaljo točke  $T$  od dane premice.
- Določite premico, ki gre skozi točko  $T$  in je pravokotna na dano premico.
- Določite točko, ki je glede na dano premico zrcalna točki  $T$ .

### 3. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij  
23. januar 2008

1. Poiščite splošno rešitev sistema linearnih enačb:

$$\begin{aligned}x - 2y + z &= 3 \\3x - 5y + 2z &= 10 \\4x - 7y + 3z &= 13.\end{aligned}$$

2. Dani sta matriki:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -7 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 6 & -12 \end{bmatrix}.$$

a) Izračunajte  $A^{-1}$ .

b) Poiščite matriko  $X$ , za katero velja  $XA = B$ .

3. Zapišite enačbo normale na krivuljo, podano parametrično po predpisu:

$$x = 3 + 2 \ln t, \quad y = t^3 - 5$$

pri  $t = 1$ .

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje, podane parametrično po predpisu:

$$x = 3t^2 + 2t^3, \quad y = 3t^2 - 2t^3; \quad 0 \leq t \leq 1.$$

5. Poiščite največjo in najmanjšo vrednost funkcije  $f(x, y) = x^2 - 2y^2$  na območju:

$$D = \{(x, y) ; x^2 \leq y \leq x\}.$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

31. januar 2008

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{|x^2 - 8|}{x^2} \geq 1.$$

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \ln x + \frac{4}{x - 3}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

3. Poiščite vse rešitve sistema linearnih enačb:

$$x - 3y - z = 0$$

$$x + y + 2z = 5$$

$$3x - y + 3z = 10.$$

4. Izračunajte prostornino telesa, čigar kartezijske koordinate zadoščajo neenačbam:

$$0 \leq x \leq 1, \quad -e^x \leq y \leq e^x, \quad y \leq z \leq e.$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$(1 + x^2)y' - xy = x,$$

ki gre skozi koordinatno izhodišče.

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI  
20. marec 2008

1. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos x}{1 - x \sin x - \cos x}.$$

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{1}{1 - (\ln x)^2}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

3. Dani sta točka  $T(1, 0, -3)$  in ravnina  $x - 2y + 2z = 1$ .

- Določite premico, ki gre skozi točko  $T$  in je pravokotna na ravnino.
- Poiščite točko, ki je glede na dano ravnino zrcalna točki  $T$ .

4. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 6)e^{-2x}.$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' = e^{x-y},$$

ki gre skozi točko  $T(0, 1)$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

8. maj 2008

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{|x-1|}{|x+1|} < 2$$

in množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^4}}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti ter morebitne ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja in ekstreme. Narišite še graf.

3. Izračunajte prostornino piramide z oglišči  $A(4, 7, 3)$ ,  $B(2, 4, 2)$ ,  $C(3, 4, -1)$  in  $D(5, 2, 1)$ .

4. Poiščite največjo in najmanjšo vrednost funkcije:

$$f(x, y) = xy$$

na območju:

$$D = \{(x, y) ; x^2 - 1 \leq y \leq 3\}.$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' = y \sin x \cos x,$$

za katero je  $y(\pi) = -1$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

11. junij 2008

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{|x-1|}{x+1} < \frac{1}{2}.$$

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{x-1}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja, ekstreme ter narišite njen graf.

3. Poiščite vse matrike  $A$  velikosti  $2 \times 2$ , ki zadoščajo zvezi:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} A + A^T = 0.$$

4. Izračunajte volumen telesa, čigar cilindrične koordinate zadoščajo neenačbam:

$$2 + \cos^2 \varphi \leq r \leq 2 + 2 \cos^2 \varphi, \quad 0 \leq z \leq \frac{\sin \varphi}{r}.$$

*Namig:* Najprej določite, pri katerih kotih  $\varphi$  je drugi pogoj lahko izpolnjen.

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$xyy' = 1 + y^2,$$

ki zadošča pogoju  $y(5) = -7$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI  
3. september 2008

1. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-1} - 3}{x-5}.$$

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 3}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja, ekstreme ter narišite njen graf.

3. Dana je piramida z oglišči  $A(1, 2, 5)$ ,  $B(3, 2, 1)$ ,  $C(-2, 0, 1)$  in  $D(-4, 11, 0)$ .

- Zapišite enačbo ravnine, ki gre skozi točke  $A$ ,  $B$  in  $C$ .
- Zapišite enačbo premice, ki gre skozi točko  $D$  in je pravokotna na ravnino iz prejšnje točke.
- Določite presečišče premice in ravnine iz prejšnjih dveh točk, t. j. nožišče višine na  $D$ .

4. Izračunajte volumen telesa, ki ga dobimo, če krivuljo:

$$y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x-2}$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = \ln x + \frac{1}{xy^2} - \frac{1}{y}.$$

2006/07

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

1. december 2006

1. Najprej vržemo standardno kocko, nato pa še pošten kovanec, in sicer tolikokrat, kolikor pik je padlo na kocki. Posamezni meti so med seboj neodvisni. Kolikšna je verjetnost, da je padlo vsaj pet grbov?
2. Naj bodo  $A(3, -1, 2)$ ,  $B(0, 1, 1)$  in  $C(2, 4, 0)$  oglišča paralelograma  $ABCD$ , v katerem je  $AB \parallel CD$  in  $AD \parallel BC$ . Določite oglišče  $D$  in izračunajte ploščino paralelograma.
3. Določite premico, ki gre skozi točko  $T(3, 10, 6)$  in pod pravim kotom seka premico:

$$x = 2 - t, y = 3, z = -1 + 3t$$

Izračunajte še presečišče obeh premic.

4. Poiščite linearno funkcijo, ki se po metodi najmanjših kvadratov najboljše prilega podatkom:

$x$	-1	0	0	1
$y$	3	2	1	2

5. Rešite neenačbo:

$$\frac{x}{|x - 2|} \geq 3$$

in množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

## 2. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

19. januar 2007

1. Dano je zaporedje:

$$a_n = \frac{2n^2 - 3}{n^2 + 2}$$

Dokažite, da je zaporedje konvergentno, in določite, od kod naprej se členi od limite razlikujejo za manj kot  $\varepsilon = 0,01$ .

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \ln(e^2 + \sqrt{x-1})$$

Določite njeno definicijsko območje in zalogo vrednosti ter poiščite inverzno funkcijo.

3. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3}}{x^2 - 4x - 5}$$

4. Zapišite enačbi tangente in normale na krivuljo:

$$y = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 4}$$

v točki  $T(2, y_0)$ .

5. Dana je funkcija:

$$f(x) = \begin{cases} (ax + b)e^{x-4} & ; x < 4 \\ c & ; x = 4 \\ \ln(\sqrt{x} - 1) & ; x > 4 \end{cases}$$

Določite parametre  $a$ ,  $b$  in  $c$ , tako da bo funkcija  $f$  zvezno odvedljiva na celi realni osi.

### 3. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

6. april 2007

1. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos(2x)}{2 \ln(1+x) - \ln(1+2x)}$ .

2. Natančno narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{1}{1 - e^{-x}} + 2x$$

ter poiščite njeno definicijsko območje, intervale naraščanja in padanja, pole ter ekstreme. Ali ima funkcija kakšno ničlo?

3. Zapišite člene razvoja funkcije:

$$f(x) = \frac{x}{(2+x)^3}$$

v Taylorjevo vrsto okoli izhodišča do vključno člena z  $x^4$ .

4. Izračunajte nedoločeni integral  $\int (x+1) \sin \frac{x}{2} dx$ .

5. Izračunajte ploščino lika med krivuljama  $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$  in  $y = \frac{4}{\sqrt{4-x^2}}$ .

## 4. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

31. maj 2007

1. Zapišite enačbi tangentne ravnine in normale na graf funkcije:

$$f(x, y) = \ln(x^2 - y - 1) + 3.$$

v točki  $T(1, -1, z_0)$ .

2. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = e^{x-y} - x + y^2.$$

3. Izračunajte prostornino telesa, katerega kartezijske koordinate so določene z neenačbami:

$$0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x, \quad x^2 \leq z \leq (x + y)^2.$$

4. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$xy' + 2y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}.$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' + 4y' + 3y = x,$$

ki zadošča začetnima pogoju  $y(0) = 0$  in  $y'(0) = 1$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

13. junij 2007

1. Dani sta matriki:

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 17 & 23 \end{bmatrix}$$

Poiščite vse matrike  $X$ , ki zadoščajo enačbi  $XA = B$ .

2. Izračunajte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n-3}{2n+5} \right)^{n+4}$ .

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, intervale naraščanja in padanja, ekstreme, intervale konveksnosti in konkavnosti ter prevoje.

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje:

$$x = t^2, \quad y = t^3; \quad 0 \leq t \leq 2.$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' + xy = 3x,$$

ki zadošča pogoju  $y(0) = 0$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

27. junij 2007

1. Poiščite točko na ravnini:

$$2x + y - 2z = 5,$$

ki je najbližje točki  $T(2, 1, 3)$ .

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = (1 - x)\sqrt{2 + x}$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja, ekstreme, intervale konveksnosti in konkavnosti ter narišite njen graf.

3. Izračunajte volumen telesa, ki ga dobimo, če okoli osi  $x$  zavrtimo krivuljo:

$$y = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}; \quad 0 \leq x \leq \sqrt{3}.$$

4. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = \frac{y^2 - 4y}{x} + 2 \ln x.$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' + xy = 3x,$$

ki zadošča pogoju  $y(0) = 0$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

22. avgust 2007

1. Dani sta matriki:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 13 & 5 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Poiščite vse matrike  $X$ , za katere velja  $AXA^T = B$ .

2. Izračunajte limito  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x}{x^2 + x - 2}$ .

3. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^2}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

4. Izračunajte površino telesa, ki ga dobimo, če okoli osi  $x$  zavrtimo krivuljo  $y = \sqrt{x}$ ,  $0 \leq x \leq 2$ .

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$\cos^2 x y' = \sqrt{y},$$

ki zadošča pogoju  $y(\pi/4) = 4$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

5. september 2007

1. Dani sta točka  $T(2, 3, 2)$  in ravnina:

$$x - 2y - z = 0.$$

Določite točko  $T'$ , ki je glede na dano ravnino zrcalna točki  $T$ .

2. Izračunajte limito  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{4n+1} + 16^n}{4^{2n+1} + 15^n}$ .

3. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{e^x}{e^{2x} - 1}.$$

Določite njeno definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Narišite še graf.

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje, podane parametrično po predpisu:

$$x = (t + 1)^{3/2}, \quad y = 3\sqrt{t - 1}; \quad 1 \leq t \leq 2$$

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = \ln x + \frac{3y}{x} - 2y^2.$$

2005/06

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij  
29. november 2005

- Danih je pet škatel. V dveh izmed njih je po 10 cekinov, v dveh po 20, v eni pa 50 cekinov. Igralec, ki ne pozna vsebine posamezne škatle, izbere tri škatle.
  - Kolikšna je verjetnost, da je v izbranih škatlah skupaj vsaj 50 cekinov?
  - Recimo, da je bilo v izbranih škatlah skupaj res vsaj 50 cekinov. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je igralec izbral tudi škatlo s 50 cekini?
- Računalnik izžreba naravno število, ki je enako najmanj 25 in največ 64, vsa možna števila so enako verjetna. Slučajna spremenljivka  $X$  naj označuje prvo števko izžrebanega števila. Izračunajte  $E(X)$  in  $\text{var}(X)$ .
- Poiščite vse rešitve sistema linearnih enačb:

$$\begin{aligned}x - y + 3z &= 3 \\ -2x + y + 5z &= 1 \\ x - 2y + 14z &= 10\end{aligned}$$

- Poiščite funkcijo oblike:

$$y = ax^2 + b$$

ki se po metodi najmanjših kvadratov najbolj prilega podatkom:

$x$	0	1	1	2
$y$	3	2	1	0

- Izračunajte obseg in ploščino prostorskega trikotnika z oglišči  $A(1, 3, 2)$ ,  $B(3, 4, 4)$  in  $C(-1, 1, 3)$ .

## 2. kolokvij iz matematike

BTF, lesarstvo – univerzitetni študij

27. januar 2006

1. Dana je matrika:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$$

Poiščite vse matrike oblike:

$$X = \begin{bmatrix} x & y \\ z & 1 \end{bmatrix}$$

za katere velja  $A(X - I) = AX^T$ .

2. Rešite neenačbo:

$$(|x - 1| - 3)^2 \leq 4$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

3. Izračunajte limito:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 5}{\sqrt{2n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 3n}}$$

4. Izračunajte vsoto:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^n - (-2)^n}{3^{2n-1}}$$

5. Dana je funkcija:

$$f(x) = e^{\sqrt{x+1}}$$

Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije  $f$  ter poiščite inverzno funkcijo  $f^{-1}$ .

### 3. kolokvij iz matematike

BTF, lesarstvo – univerzitetni študij  
26. april 2006

1. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{x-1}{2x-1} - \ln x$$

Določite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

2. Določite intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije:

$$f(x) = (4x + 3)\sqrt{x}$$

ter narišite njen graf.

3. Razvijte funkcijo:

$$f(x) = (2x - x^3) \ln(1 - x^2)$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke  $x_0 = 0$  do vključno člena z  $x^8$ .

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo abscisna os ter krivulji  $y = x e^{2x}$  in  $y = (1-x)e^{2x}$ .

5. Izračunajte volumen vrtenine, ki jo dobimo, če krivuljo:

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}; \quad 0 \leq x \leq 2$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

## 4. kolokvij iz matematike

BTF, lesarstvo – univerzitetni študij

5. junij 2006

1. Dana je ravninska krivulja:

$$x = t^3 - t^2, \quad y = t^3 + at^2 + t; \quad 0 \leq t \leq 1$$

a) Določite parameter  $a$  tako, da bo krivulja sklenjena.

b) Izračunajte ploščino lika, ki ga določa krivulja.

2. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = 2e^x(y - 1) + e^{-2y}$$

3. Poiščite največjo in najmanjšo vrednost funkcije:

$$f(x, y) = 4x^2 - 4x + 1 + y^2$$

na območju  $\{(x, y) ; x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$ .

4. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' = e^{2x} y^3$$

ki gre skozi točko  $T(0, 3)$ .

5. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' - 7y' + 12y = e^{3x}$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

12. junij 2006

1. Pošteno kocko mečemo, dokler na njej ne pade več kot ena pika. Posamezni meti so med seboj neodvisni. Kolikšna je verjetnost, da padejo skupaj natanko tri pike?

2. Dani so vektorji:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ z \end{bmatrix}.$$

a) Določite parameter  $z$ , tako da bo vektor  $\vec{c}$  ležal v linearni ogrinjači vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

b) Zapišite vektor  $\vec{c}$  kot linearno kombinacijo vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{x^2 + 6}{x} - \ln x$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja, ekstreme, intervale konveksnosti in konkavnosti ter prevoje.

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje  $y = x\sqrt{x}$ ,  $0 \leq x \leq 4$ .

5. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe  $y'' + y' = e^x$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

28. junij 2006

1. Dani so vektorji:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ z \end{bmatrix}.$$

- a) Določite parameter  $z$ , tako da bo vektor  $\vec{c}$  ležal v linearni ogrinjači vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .
- b) Zapišite vektor  $\vec{c}$  kot linearno kombinacijo vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

2. Seštejte vrsto:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n} - 2^n}{5^n}$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) := x \ln x + x$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja, ekstreme ter intervale konveksnosti in konkavnosti.

4. Izračunajte volumen telesa, ki ga dobimo, če krivuljo:

$$y = x \sqrt[4]{2-x} \quad 0 \leq x \leq 2$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 + 3)e^{-x/2}$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

23. avgust 2006

1. Pošteno kocko mečemo, dokler na njej ne pade več kot ena pika. Posamezni meti so med seboj neodvisni. Kolikšna je verjetnost, da padejo skupaj natanko tri pike?

*Namig:* Najprej premislite vse načine, na katere se lahko zgodi opisani dogodek (koliko pik pade v prvem metu, koliko v drugem itd.).

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 5} - 2}{x^2 - 9}$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = x e^{-x^2/2}$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti ter morebitne ničle, pole in asimptote. Poiščite še intervale naraščanja in padanja, ekstreme in prevoje.

4. Izračunajte določeni integral:

$$\int_0^{\pi/2} (\cos^2 x + \sin x) \cos x \, dx$$

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$(x^2 - 1)y' - 4xy = 2x(x^2 - 1)$$

ki gre skozi točko  $T(2, 2)$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

6. september 2006

1. Dani so vektorji:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ z \end{bmatrix}.$$

- a) Določite parameter  $z$ , tako da bo vektor  $\vec{c}$  ležal v linearni ogrinjači vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .
- b) Zapišite vektor  $\vec{c}$  kot linearno kombinacijo vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

2. Seštejte vrsto:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n} - 3^n}{5^n}$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) := x \ln x - x$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja, ekstreme ter intervale konveksnosti in konkavnosti.

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje  $y = x\sqrt{x}$ ,  $0 \leq x \leq 4$ .

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = \frac{x}{y} + 2x + 4y$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

6. februar 2007

1. Dan je paralelogram  $ABCD$ , pri katerem je  $AB \parallel CD$  in  $AD \parallel BC$ . Tri izmed oglišč imajo koordinate  $B(2, 1, 2)$ ,  $C(3, 1, 3)$  in  $D(3, 0, 1)$ . Določite koordinate oglišča  $A$  in izračunajte ploščino paralelograma.

2. Rešite neenačbo:

$$\frac{1}{x} \leq \frac{1}{|2x - 3|}$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2 \operatorname{arctg} x$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

4. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo, če krivuljo:

$$y = \sin x \sqrt{\cos x}; \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe  $y'' + y' = x$ .

2004/05

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij  
26. november 2004

## A

1. Vržemo dve pošteni in neodvisni kocki. Naj bo  $A$  dogodek, da je na prvi kocki padlo šest pik,  $B$  dogodek, da je na obeh kockah padlo enako število pik,  $C$  pa dogodek, da je razlika v številu pik liho število.

- a) Katera dva izmed dogodkov sta neodvisna?
- b) Katera dva izmed njih sta nezdružljiva?

Preverite vse možnosti!

2. V posodi je šest kovancev. Na treh izmed njih je na eni strani cifra, na drugi pa grb, trije pa imajo na obeh straneh cifro. Iz posode na slepo in brez vračanja izvlečemo dva kovanca in ju vržemo. Recimo, da je padla ena cifra in en grb. Kolikšna je pogojna verjetnost, da je bil izmed izvlečenih kovancev natanko eden z različnima stranema?

3. Dana je matrika:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Poiščite vse matrike  $X$ , za katere velja  $AX = XA^T$ .

4. Dani so vektorji:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{c} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \vec{d} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ -5 \end{bmatrix}.$$

Katere izmed množic  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$ ,  $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}\}$ ,  $\{\vec{a}, \vec{c}, \vec{d}\}$  in  $\{\vec{b}, \vec{c}, \vec{d}\}$  tvorijo bazo prostora  $\mathbb{R}^3$ ?

5. Poiščite funkcijo  $y = a2^x + b$ , ki se po metodi najmanjših kvadratov najbolje prilega podatkom:

$x$	0	0	1	2
$y$	3	2	1	0

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij  
26. november 2004

## B

1. Iz posode, v kateri je ena rdeča, ena modra in ena bela kroglica, drugo za drugo na slepo in brez vračanja izvlečemo vse tri kroglice. Naj bo  $A$  dogodek, da je bila prva izvlečena kroglica rdeča,  $B$  dogodek, da je bila prva izvlečena bela,  $C$  pa dogodek, da smo rdečo izvlekli pred modro.

- Katera dva izmed dogodkov sta neodvisna?
- Katera dva izmed njih sta nezdružljiva?

Preverite vse možnosti!

2. V posodi je šest kovancev. Na treh izmed njih je na eni strani cifra, na drugi pa grb, trije pa imajo na obeh straneh cifro. Iz posode na slepo in brez vračanja izvlečemo dva kovanca in ju vržemo. Recimo, da je na obeh padla cifra. Kolikšna je pogojna verjetnost, da sta imela oba izvlečena kovanca enaki strani?

3. Dana je matrika:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Poiščite vse matrike  $X$ , za katere velja  $A^T X = XA$ .

4. Dani so vektorji:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix}, \vec{i} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \vec{k} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Vektorjema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  dodamo enega izmed vektorjev  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  in  $\vec{k}$ . V katerih primerih dobimo bazo prostora  $\mathbb{R}^3$  in v katerih ne?

5. Poiščite funkcijo  $y = ax^2 + bx$ , ki se po metodi najmanjših kvadratov najboljše prilega podatkom:

$x$	-1	1	1	2
$y$	0	1	2	3

## 2. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

14. januar 2005

### A

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{|2x + 3|}{x + 1} + 1 < 0$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = -\sqrt{e^2 - e^x}$$

Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti ter poiščite inverzno funkcijo  $f^{-1}$ .

3. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 2x + 3}$$

4. Dana je funkcija  $f(x) = x^x$ . Izračunajte  $(f^{-1})'(27)$ .

5. Zapišite enačbo tangente na krivuljo:

$$y = \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}}$$

v točki  $T(3, y_0)$ . Poiščite še točko, kjer tangenta seka os  $x$ .

## 2. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

14. januar 2005

### B

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{|2x - 6|}{x - 4} \leq 1$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

2. Dana je funkcija:

$$f(x) = \ln \ln(9 - x^3)$$

Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti ter poiščite inverzno funkcijo  $f^{-1}$ .

3. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - 2}{x^2 - 4}$$

4. Dana je funkcija

$$f(x) = \ln x + \frac{x^2}{1 + x}$$

Izračunajte  $(f^{-1})'(\ln 3 + \frac{9}{4})$ .

5. Zapišite enačbo normale na krivuljo:

$$y = \frac{x}{x^2 + 1}$$

v točki  $T(2, y_0)$ . Poiščite še točko, kjer normala seka os  $x$ .

### 3. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

8. april 2005

## A

1. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{x}{x+2} e^{2x}$$

ter poiščite morebitne ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

2. Izračunajte:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \ln x}{1 + \cos(\pi x)}$$

3. Dana je vrsta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{2^{3n}}$$

a) Določite, za katere  $x$  konvergira vrsta.

b) Seštejte vrsto.

4. Razvijte funkcijo:

$$f(x) = (x^2 + 1) \sin(2x)$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke  $x_0 = 0$  do vključno člena z  $x^5$ .

5. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji:

$$y = \frac{6x}{\sqrt{x+5}} \quad \text{in} \quad y = x\sqrt{x}$$

### 3. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

8. april 2005

## B

1. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{x+2}{x} e^{-2x}$$

ter poiščite morebitne ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

2. Izračunajte:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - 1 + x}{(x-1) \sin(\pi x)}$$

3. Dana je vrsta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{3^{2n}}$$

a) Določite, za katere  $x$  konvergira vrsta.

b) Seštejte vrsto.

4. Razvijte funkcijo:

$$f(x) = (x^3 + x) \cos(2x)$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke  $x_0 = 0$  do vključno člena z  $x^5$ .

5. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji:

$$y = \frac{12x}{\sqrt{x+7}} \quad \text{in} \quad y = x\sqrt{x}$$

## 4. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

1. junij 2005

### A

1. Izračunajte volumen vrtenine, ki jo dobimo, če krivuljo:

$$y = \frac{x}{\sqrt[4]{2-x}}; \quad 0 \leq y \leq 1$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

2. Izračunajte ločno dolžino krivulje, podane parametrično:

$$\begin{aligned}x &= e^{2t} \cos t \\y &= e^{2t} \sin t; \quad 0 \leq t \leq \pi \\z &= e^{2t}\end{aligned}$$

3. Dani sta točka  $T(3, 1, 9)$  in ravnina  $x + y + 3z = 9$ .

- Zapišite enačbo premice, ki gre skozi točko  $T$  in je pravokotna na dano ravnino.
- Na ravnini poiščite točko  $P$ , ki je najbližje točki  $T$ .
- Izračunajte razdaljo med točko  $T$  in ravnino.

4. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = xy e^{2x} + y^2$$

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' - 2y' + y = \frac{x e^x}{x+1}$$

za katero velja  $y(0) = y'(0) = 0$ .

## 4. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

1. junij 2005

# B

1. Izračunajte volumen vrtenine, ki jo dobimo, če krivuljo:

$$y = \frac{x}{\sqrt[4]{8-x^3}}; \quad 0 \leq y \leq 1$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

2. Izračunajte ločno dolžino krivulje, podane parametrično:

$$\begin{aligned}x &= e^t \\y &= e^t \cos(2t); \quad 0 \leq t \leq \pi \\z &= e^t \sin(2t)\end{aligned}$$

3. Dani sta točka  $T(-1, 4, -4)$  in ravnina  $x - y + 2z = 5$ .

- Zapišite enačbo premice, ki gre skozi točko  $T$  in je pravokotna na dano ravnino.
- Na ravnini poiščite točko  $P$ , ki je najbližje točki  $T$ .
- Izračunajte razdaljo med točko  $T$  in ravnino.

4. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = xy e^{-x} - y^2$$

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' + 2y' + y = \frac{x e^{-x}}{x-1}$$

za katero velja  $y(0) = y'(0) = 0$ .

# Diferencialni izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

4. februar 2005

1. Izračunajte ločno dolžino parametrično podane krivulje:

$$x = \sin^2 t, \quad y = t + \sin t \cos t; \quad -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$$

2. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = (x^2 + 3y^2 - 6y)e^{-x}$$

3. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$(1 - x^2)y' - 2xy = e^{-2x}$$

ki gre skozi koordinatno izhodišče.

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

15. junij 2005

1. Računalnik izžreba trimestno slučajno število (od 100 do 999), vsa števila so enako verjetna.

a) Kolikšna je verjetnost, da so vse tri števke enake?

b) Kolikšna je verjetnost, da so vse tri števke različne?

2. Izračunajte kote in obseg prostorskega trikotnika z oglišči  $A(1, 1, 2)$ ,  $B(-1, 0, 4)$  in  $C(4, 5, -3)$ .

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = x\sqrt{1-x^2}$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, morebitne ničle in pole, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

4. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo tako, da krivuljo:

$$y = \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}}; \quad x \geq 1$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y}{y^2 + 1}$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

29. junij 2005

1. Dana je matrika:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

Poiščite vse matrike  $X$ , za katere velja  $AX^T = XA^T$ .

2. Poiščite točko na premici:

$$x = 1 + 2t$$

$$y = -3t$$

$$z = 3 - t$$

ki je najbližje točki  $T(1, 0, 1)$ .

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \ln x + \frac{1}{x-2}$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme. Določite še, ali je funkcija  $f$  za velike  $x$  konveksna ali konkavna.

4. Izračunajte:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 2^{2n}}{3^{2n-1}}$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' - \frac{2x+1}{x^2+x} y = 1+x$$

za katero velja  $y(1) = 1$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

24. avgust 2005

1. Rešite neenačbo:

$$\frac{|x|}{(x+2)^2} \geq 1$$

2. Dan je paralelogram  $ABCD$ . Tri izmed oglišč imajo koordinate  $A(2, 0, 3)$ ,  $C(4, 1, 2)$  in  $D(2, 2, 0)$ . Izračunajte koordinate oglišča  $B$  in ploščino paralelograma.

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = 2e^x - 2e^{-x} - 5x$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje, podane parametrično po predpisu:

$$x = \sin t, \quad y = -\cos t + \frac{1}{2} \ln(1 + \cos t) - \frac{1}{2} \ln(1 - \cos t); \quad \frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{3}$$

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = x - y + \ln(x^2 - 2y^2)$$

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

7. september 2005

1. Naj bo  $p$  premica skozi točki  $A(1, 2, 1)$  in  $B(3, 0, 2)$ .

a) Zapišite enačbo te premice.

b) Poiščite točko na premici, ki je najbližje koordinatnemu izhodišču.

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{\ln x - \ln 2}$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \ln x + \frac{1}{x - 2} + 1$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

4. Izračunajte volumen vrtenine, ki jo dobimo tako, da krivuljo:

$$y = \frac{1}{x\sqrt{1+x^2}}; \quad x \geq 1$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$xy' = 1 + y^2$$

ki ustreza začetnemu pogoju  $y(-1) = 1$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

3. februar 2006

1. Pošten kovanec vržemo petkrat. Kolikšna je verjetnost, da grb pade v prvih treh metih vsaj dvakrat, vsega skupaj pa vsaj štirikrat?
2. Določite parameter  $p$  tako, da bo sistem:

$$x + 3y + 7z = 3$$

$$2x + 6y + 11z = 9$$

$$-3x - 9y - 19z = p$$

rešljiv. Za tak  $p$  poiščite splošno rešitev sistema.

3. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejuje naslednja parametrično podana krivulja:

$$x = \sin t, \quad y = \sin t \cos t; \quad 0 \leq t \leq \pi$$

4. Poiščite in klasificirajte ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$(x^2 + x)y' - y = \sqrt{x}$$

ki ustreza pogoju  $y(1) = 0$ .

2003/04

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

2. december 2003

## A

1. Dano je zaporedje:

$$a_n = \frac{3n + 5}{2n + 5}$$

Je zaporedje naraščajoče? Padajoče? Ima limito? Če je tako, od kod naprej se členi od le-te razlikujejo za manj kot  $\varepsilon = 0.01$ ?

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n + 3}{2n - 5} \right)^n$$

3. Izračunajte:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{3n+1}}{3^{2n+1}}$$

4. Ugotovite, ali je vrsta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$$

konvergentna.

# 1. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

2. december 2003

## B

1. Dano je zaporedje:

$$a_n = \frac{2n - 5}{3n - 5}$$

Je zaporedje naraščajoče? Padajoče? Ima limito? Če je tako, od kod naprej se členi od le-te razlikujejo za manj kot  $\varepsilon = 0.01$ ?

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n)^{2n}}{(4n^2 - 1)^n}$$

3. Izračunajte:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 3n + 2}$$

4. Ugotovite, ali je vrsta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! (2n)!}{(3n)!}$$

konvergentna.

## 2. kolokvij iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

13. januar 2004

1. Določite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije:

$$f(x) = \ln(1 + e^x) - 1$$

2. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$$

ter poiščite ničle, pole in asimptote.

3. Izračunajte limito:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 7x + 12}{\sin(\pi x)}$$

4. Natančno narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{x^3}{3 + 16x^4}$$

ter določite intervale naraščanja in padanja in še lokalne ekstreme.

### 3. kolokvij iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

14. april 2004

1. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta os  $x$  in krivulja:

$$y = \sqrt{1 - \cos x} \cos x \sin x; \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$

2. Zapišite člene razvoja funkcije:

$$f(x) = \frac{x + 3}{x + 1}$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke  $x_0 = -2$  do vključno člena  $z (x + 2)^3$ .

3. Poiščite točko, ki je glede na ravnino  $x - 2y + 2z = 18$  zrcalna točki  $T(4, -8, 8)$ .

4. Dani sta matriki:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$$

Poiščite vse matrike  $X$ , ki rešijo matrično enačbo  $AX = B$ .

5. Po metodi najmanjših kvadratov poiščite premico, ki se najboljše prilega podatkom:

$x$	-1	0	0	2
$y$	5	3	4	4

## 4. kolokvij iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

26. maj 2004

1. Izračunajte ukrivljenost in zapišite enačbo tangente na krivuljo:

$$x = t + e^t, \quad y = 4e^{t/2}$$

v točki  $T(x, 4)$  (koordinato  $x$  določite tako, da bo točka ležala na krivulji).

2. Izračunajte ločno dolžino krivulje, podane v polarni obliki:

$$r = \varphi^2; \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi$$

3. Dana je funkcija:

$$f(x, y) = y e^{x^2 - 4y}$$

- Zapišite njen totalni diferencial.
- Določite tangentno ravnino pri  $x = 2$  in  $y = 1$ .
- Približno izračunajte  $f(2,01, 0,99)$ .

4. Poiščite lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = \frac{8}{x} + \frac{x}{y} + y$$

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$(1 - x^2)y' - 2y = (1 + x)^2$$

ki gre skozi koordinatno izhodišče.

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

16. junij 2004

1. Dano je zaporedje:

$$a_n = \frac{2^{n+1} - 1}{2^{n-1} + 1}$$

Je zaporedje naraščajoče? Padajoče? Ima limito? Če je tako, od kod naprej se členi od limite razlikujejo za manj kot 0,01?

2. Izračunajte:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{\ln(x - 1)}$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, morebitne ničle, pole, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje:

$$x = \frac{1}{2} \ln(1 + t^2), \quad y = t - \operatorname{arctg} t; \quad -3 \leq t \leq 3$$

5. Poiščite največjo in najmanjšo vrednost funkcije:

$$f(x, y) = x e^{-x^2 - y^2}$$

na območju  $x^2 + y^2 \leq 25$ ,  $x \geq 3$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

30. junij 2004

1. Izračunajte obseg in kote prostorskega trikotnika z oglišči  $A(-4, 4, 2)$ ,  $B(-2, -4, 4)$  in  $C(1, -1, 4)$ .

2. Izračunajte vrednost vrste:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 4n + 3}$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{1}{x+1} + \operatorname{arctg} x$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji:

$$y = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} \quad \text{in} \quad y = \frac{6}{\sqrt{x} + 1}$$

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$(x^2 + 1)y' - y = 1$$

za katero velja  $y(0) = 2$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

31. avgust 2004

1. Dane so točke  $A(-5, 3, 1)$ ,  $B(-1, -5, 3)$  in  $C(0, -2, 3)$ .

a) Zapišite enačbo premice, ki gre skozi točki  $A$  in  $B$ .

b) Izračunajte razdaljo točke  $C$  od prejšnje premice, t. j. višino na  $C$  trikotnika  $ABC$ .

2. Izračunajte vrednost vrste:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{2n+1}}{5^{n+1}}$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = 2e^x - 2e^{-x} - 5x$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

4. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = (x^3 - 12x + 4y) e^{-y^2/4}$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y' \sqrt{x^2 + 3} = xy^2$$

ki gre skozi točko  $T(1, 1)$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI  
16. september 2004

1. Določite, za katere  $k \in \mathbb{N}$  je konvergentna vrsta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2k-1)^n \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

*Namig:* kvocientni kriterij

2. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = 2 \ln(x+1) - \ln(x^2 + 3x)$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

3. Dana je matrika:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -6 \end{bmatrix}$$

Poiščite vse matrike  $X$ , ki rešijo enačbo  $AX = A^2$ .

4. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo tako, da krivuljo:

$$y = e^x - ex \quad ; \quad 0 \leq x \leq 1$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' - y' - 6y = x + e^{2x}$$

*Namig:* Pri nehomogenem delu si pomagajte s primernim nastavkom in rešitve seštejte.

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

4. februar 2005

1. Izračunajte rang matrike:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & -1 \\ 2 & 4 & 5x & -2 \\ -3 & -6 & -15 & x \end{bmatrix}$$

v odvisnosti od parametra  $x$ .

2. Izračunajte limito:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9^n + 3^n} - \sqrt{9^n - 3^{n+1}})$$

3. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = x^3 \ln x$$

ter poiščite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje:

$$y = \ln(1 - x^2); \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$$

5. Poiščite in klasificirajte lokalne ekstreme funkcije:

$$f(x, y) = (x^2 + 3y^2 - 6y)e^{-x}$$

2002/03

# Izpit iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

18. november 2003

1. Izračunajte kote in ploščino trikotnika z oglišči  $A(4, 2, 4)$ ,  $B(4, -4, 2)$  in  $C(3, 0, -3)$ .

2. Izračunajte:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+3} + 3^{n+5}}{4^{n+1} + 3^{n-1}} \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n+1}{n-2} \right)^n$$

3. Natančno narišite graf funkcije:

$$f(x) = x + \frac{1}{x^2}$$

ter določite definicijsko območje, ničle, pole, asimptote in ekstreme.

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta krivulji:

$$y = \frac{16}{x^2 + 4} \quad \text{in} \quad y = 3$$

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' - 5y' + 6y = 6x$$

ki zadošča začetnima pogoju  $y(0) = 0$  in  $y'(0) = 1$ .

# Izpit iz matematike

Lesarstvo – univerzitetni študij

9. februar 2004

1. Izračunajte volumen piramide z oglišči  $A(3, 2, 2)$ ,  $B(2, 6, 5)$ ,  $C(5, 0, 2)$  in  $D(6, 4, 11)$ .

2. Dani sta matriki:

$$A = \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 15 & 10 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 15 & 3 \\ 25 & 5 \end{bmatrix}$$

Poiščite vse matrike  $X$ , ki rešijo enačbo  $AX = B$ .

3. Izračunajte:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 7n + 12} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^n}{2^{2n+1}}$$

4. Natančno narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{\ln x - 1}{x}$$

ter določite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja ter ekstreme.

5. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo, če krivuljo:

$$y = e^x - e; \quad 1 \leq x \leq 2$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

# Izpit iz matematike

BTF, lesarstvo – UNI

16. april 2004

1. Dan je paralelogram  $ABCD$ . Koordinate prvih treh oglišč so  $A(1, 0, 1)$ ,  $B(3, 2, 3)$  in  $C(0, 1, 2)$ . Izračunajte koordinate oglišča  $D$  in ploščino paralelograma.

2. Narišite graf funkcije:

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

ter določite še definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, pole, asimptote in ekstreme.

3. Izračunajte določeni integral:

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + x^4}$$

4. Poiščite največjo in najmanjšo vrednost funkcije:

$$f(x, y) = xy e^{-x-y}$$

na območju  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2; x \geq 0, y \geq 0, x + y = 3\}$ .

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$xy' = 1 + y^2$$

ki zadošča začetnemu pogoju  $y(1) = 1$ .