

IME:

VPISNA ŠTEVILKA:

PRIIMEK:

PODPIS:

Algebra III - Abstraktna algebra

1. Na množici \mathbb{Z} sta definirani binarni operaciji $*$ in \circ , na naslednji način

$$a * b := a + 2b \quad \text{in} \quad a \circ b := 2ab.$$

- (i) Ali sta ti dve binarni operaciji komutativni?
- (ii) Ali sta $(\mathbb{Z}, *)$ in (\mathbb{Z}, \circ) grupi?
- (iii) Ali za vse $x, y, z \in \mathbb{Z}$ velja

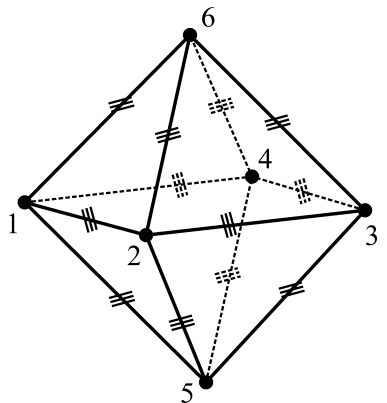
$$x \circ (y * z) = (x \circ y) * (x \circ z) \quad \text{in} \quad x * (y \circ z) = (x * y) \circ (x * z).$$

2. Dokaži, da je $\langle a, b \mid a^2 = b^3 = e, ab = ba \rangle \cong \mathbb{Z}_6$.

3. Naj bo $H = \langle (9, 1) \rangle$ podgrupa grupe $G = \mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_2$.

- (a) Dokaži, da je H edinka grupe G . (10%)
- (b) Napiši vse elemente kvocientne grupe $G/H = \mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_2 / \langle (9, 1) \rangle$. (15%)
- (c) Kateri znani grupi je izomorfna grupa $\mathbb{Z}_{18} \times \mathbb{Z}_2 / \langle (9, 1) \rangle$? (60%)
- (d) Določi red elementa $(2, 0) + H$ v grupi G/H . (15%)

4. Naj bo \mathcal{O} grupa vseh simetrij oktaedra (rotacija, zrcaljenje, drsno zrcaljenje,...). Grupa \mathcal{O} deluje na množici $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ oglišč oktaedra. Določi stabilizator oglišča v_1 glede na to delovanje. Določi stabilizator množice $\{v_1, v_3\}$ glede na to delovanje. Uporabi orbita-stabilizator 1 izrek in izračunaj $|\mathcal{O}|$. Katera znana grupa je izomorfna grupi \mathcal{O} ?



Navodila: Izpit rešujete izključno z nalivnim peresom ali kemičnim svinčnikom v modri ali črni barvi. Ta list priložite in oddajte skupaj z listi z rešitvami! Lahko uporabite žepni računalnik. Vse liste z rešitvami oštevilčite na naslednji način: številka-trenutne-strani/skupno-število-strani.